

# Matematyka. Według programu wydawnictwa PAZDRO

## Solidnie od podstaw

### Wymagania na poszczególne oceny

KLASA 2

ZAKRES PODSTAWOWY + ZAKRES ROZSZERZONY

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Proponujemy zatem:

*Wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.*

*Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

*Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą*

## I. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

|   |   |
|---|---|
| 1 | Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje             |
| 2 | Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX      |
| 3 | Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY                               |
| 4 | Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY               |
| 5 | Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)          |
| 6 | Wykres funkcji $y =  f(x) $ oraz $y = f( x )$                       |
| 7 | Wykres funkcji $y = k f(x)$ oraz $y = f(kx)$ , gdzie $k \neq 0$     |
| 8 | Szkicowanie wykresów wybranych funkcji                              |
| 9 | Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE   |   |
|--|---|
| K  | P   |
| zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;   | potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora  |
| potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora  | potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań  |
| potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)   | potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor   |
| zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych   | potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$  |
| potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)   | umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$   |
| potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY  | potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor. |
| potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)  |   |
| potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$ |   |

**DOPEŁNIAJĄCE**

| <b>R</b>   | <b>D</b>  |
|--|---|
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności            | wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;   |
| potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności | potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;   |
| potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności            | zna prawa dotyczące działań na wektorach;   |
|  | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;   |
|  | potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń                     |
|  | potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności   |
|  | potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności |

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji

## II. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

|    |  |
|----|--|
| 1  | Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej                            |
| 2  | Odległość między liczbami na osi liczbowej                         |
| 3  | Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej  |
| 4  | Proste równania z wartością bezwzględną                            |
| 5  | Proste nierówności z wartością bezwzględną                         |
| 6  | Własności wartości bezwzględnej                                    |
| 7  | Równania z wartością bezwzględną                                   |
| 8  | Nierówności z wartością bezwzględną                                |
| 9  | Równanie liniowe z parametrem                                      |
| 10 | Nierówność liniowa z parametrem                                    |
| 11 | Równanie liniowe z wartością bezwzględną i z parametrem            |
| 12 | Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE   |  |
|--|--|
| K  | P  |
| zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną | potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$ |
| potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby  | potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału  |
| umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami       | potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność  |
| rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$                    | wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość   |
| zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej                           |  |

| DOPEŁNIAJĄCE  |  |
|---|--|
| R   | D  |
| rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem  |
|   | rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności |

| WYKRACZAJĄCE  |  |
|---|--|
| W   |  |
| rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności; |  |

### III. FUNKCJA KWADRATOWA.

|    |   |
|----|---|
| 1  | Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej |
| 2  | Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej                              |
| 3  | Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu      |
| 4  | Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.   |
| 5  | Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym                                 |
| 6  | Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne   |
| 7  | Równania kwadratowe   |
| 8  | Równania prowadzące do równań kwadratowych  |
| 9  | Nierówności kwadratowe  |
| 10 | Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych   |
| 11 | Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego                     |
| 12 | Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną  |
| 13 | Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną   |
| 14 | Wzory Viete'a   |
| 15 | Równania i nierówności kwadratowe z parametrem  |
| 16 | Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem  |

#### Uczeń:

| PODSTAWOWE  |  |
|---|--|
| K   | P  |
| potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;                  | potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;  |
| zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;   | potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);                             |
| potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;      | potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisanie wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;  |
| potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;                  | potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;  |
| potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne; |  |
| zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$   | potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej; |
| zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)               | rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$   |

**PODSTAWOWE**

| K   | P   |
|---|---|
| odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej  | potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;   |
| potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;  | potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne); |
| potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.) | potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;  |
| interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)                                | potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;  |
| potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;   |   |
| potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;  |   |
| potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;   |   |
| potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;  |   |
| rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$   |   |

**DOPEŁNIAJĄCE**

| R  | D  |
|--|--|
| <i>potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;</i>                        | <i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.</i>         |
| <i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;</i> |  |
| potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne  | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej; |
| potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych   | potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;                                 |

**WYKRACZAJĄCE****W**

*potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.*

potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

#### IV. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

|   |   |
|---|---|
| 1 | Okrąg. Położenie prostej i okręgu                     |
| 2 | Wzajemne położenie dwóch okręgów                      |
| 3 | Koła i kąty   |
| 4 | Twierdzenie o stycznej i siecznej                     |
| 5 | Wybrane konstrukcje geometryczne                      |
| 6 | Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie |
| 7 | Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt    |

#### Uczeń:

| PODSTAWOWE  |   |
|---|---|
| K   | P   |
| zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;   | zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach; |
| zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;   | zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;  |
| zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;   | zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;  |
| zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;  | zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;  |
| zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;  | umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;   |
| zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;                        | umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;  |
| umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;   | zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;  |
| rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;  | zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;  |
| zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań, | zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;   |
| umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;   | zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;   |
| zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;      | zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązaniach prostych zadań;   |
| potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;  | umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.   |
| potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;  |   |
| zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;                                    | potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;   |
| potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;   | zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań   |



**PODSTAWOWE**

| K   | P  |
|---|--|
| zna definicję stycznej do okręgu;                                       | potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań; |
| zna twierdzenie o stycznej do okręgu;                                   | potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;  |
| zna twierdzenie o odcinkach stycznych;                                  | rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie                         |
| umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;                         | rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny                  |
| posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;         |  |
| zna twierdzenie o stycznej i siecznej;                                  |  |
| zna twierdzenie o cięciwach;  |  |
| zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt; |  |
| potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;             |  |

**DOPEŁNIAJĄCE**

| R  | D  |
|--|--|
| zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;  | potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;   |
| zna definicję wielokąta;   | potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;                              |
| zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;   | potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;                             |
| wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;   | potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;  |
| potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;  | potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;               |
| potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;   | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;            |
| zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;                                       | potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;              |
| potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;   | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,      |
| zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;                          |  |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu; | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń; |
| potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;  | potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;   |
| wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;  | potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;                                    |
| zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;   | potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;   |
| potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i                          | przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;   |

## DOPEŁNIAJĄCE

R

D

dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;

potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne

stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach

rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;

## WYKRACZAJĄCE

W

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;

potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;

potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;

umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

## V. TRYGNOMETRIA.

|   |  |
|---|--|
| 1 | Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta |
| 2 | Podstawowe tożsamości trygonometryczne             |
| 3 | Wybrane wzory redukcyjne                           |
| 4 | Kąt skierowany. Miara łukowa kąta                  |
| 5 | Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej     |
| 6 | Wykresy funkcji trygonometrycznych                 |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE  |  |
|---|--|
| K   | P  |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;  | potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;          |
| potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;              | zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;   |
| potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora); | potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;                             |
| potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;   |  |
| zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;                                      |  |
| zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;  | potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: w obliczaniu wartości wyrażeń;  |
| potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta          | umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta; |
| zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;  | potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;                                      |
| Zna wzory redukcyjne kątów: ;   | potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;                                      |
|   | potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;   |

| DOPEŁNIAJĄCE  |  |
|---|--|
| R   | D  |
| potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;   | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;                         |
| potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;   | potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego; |
| potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;                                       |  |
| potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone) | potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;  |
| potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne:   | potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe   |

**DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;

tożsamości trygonometryczne;

**WYKRACZAJĄCE****W**

*potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.*

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

## VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA.

|   |  |
|---|--|
| 1 | Odcinek w układzie współrzędnych   |
| 2 | Równanie kierunkowe prostej  |
| 3 | Równanie ogólne prostej  |
| 4 | Równanie okręgu  |
| 5 | Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol |
| 6 | Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej        |

### Uczeń:

K

P

wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;

potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;

potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;

potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;

rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;

potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);

zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;

potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;

potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);

potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;

potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;

potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);

potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);

potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;

potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;

zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);

potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;

potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;

zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;

potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców

potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;

zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);

potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;

zna definicję równania ogólnego prostej;

- potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
  - potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;
  - potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;
  - zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;
  - potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
  - rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;
  - potrafi napisać
    - równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
  - potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;
  - potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
  - potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;
  - potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
  - potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;
- umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;
- potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;

| DOPEŁNIAJĄCE   |  |
|--|--|
| R  | D  |
| potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;      | potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującą liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej; |
| potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu; | sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe   |
|  | rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;   |
|  | zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);  |
|  | wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;  |
|  | potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;  |
|  | zna prawa dotyczące działań na wektorach;  |
|  | potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;  |
| potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych   | potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;   |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;            | potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;  |
| potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;  | potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;  |
| potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;  |  |
| potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;                            |  |

**WYKRACZAJĄCE****W**

*rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;*

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności

potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

|   |   |
|---|---|
| 1 | Twierdzenie sinusów   |
| 2 | Twierdzenie cosinusów   |
| 3 | Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań |
| 4 | Pole figury geometrycznej   |
| 5 | Pole trójkąta, cz.1   |
| 6 | Pole trójkąta, cz.2   |
| 7 | Pola trójkątów podobnych  |
| 8 | Pole koła, pole wycinka koła  |
| 9 | Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń                                |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE   |   |
|--|---|
| K  | P   |
| zna twierdzenie sinusów;   | potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;   |
| zna twierdzenie cosinusów;   | potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;   |
| rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;  | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;  |
| zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;  | potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie; |
| potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;  | potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;  |
| zna twierdzenie o polach figur podobnych;  | umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;   |
| zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;   |   |
| wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań |   |



**DOPEŁNIAJĄCE****R****D**

potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;

potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;

rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;

potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.

potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;

potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

## VIII. WIELOMIANY

|    |   |
|----|---|
| 1  | Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej                       |
| 2  | Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów                 |
| 3  | Równość wielomianów   |
| 4  | Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$         |
| 5  | Podzielność wielomianów                                       |
| 6  | Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera  |
| 7  | Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1 |
| 8  | Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta                   |
| 9  | Pierwiastki wymierne wielomianu                               |
| 10 | Pierwiastek wielokrotny                                       |
| 11 | Rozkład wielomianu na czynniki                                |
| 12 | Równania wielomianowe   |
| 13 | Zadania prowadzące do równań wielomianowych                   |
| 14 | Równania wielomianowe z parametrem                            |
| 15 | Funkcje wielomianowe  |
| 16 | Nierówności wielomianowe                                      |

### Uczeń:

| PODSTAWOWE  |   |
|---|---|
| K   | P   |
| zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;   | potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;  |
| potrafi wskazać jednomiany podobne;   | potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;                |
| potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;                         | sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;                                  |
| potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);                            | potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześcianów)  |
| potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;                              | potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$   |
| potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia            | potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;                                     |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;                         | potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;   |
| potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;                  | potrafi zastosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;   |
| potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;                    | potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;   |
| rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów; | potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian; |
| potrafi rozpoznać wielomiany równe;   | potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden  |

|  |   |
|--|---|
|  | z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;  |
| zna następujące wzory skróconego mnożenia:   | potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów; |
| $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$  | potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;                            |
| $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$  |   |
| $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;  |   |
| zna wzór $a^n - b^n$   |   |
| potrafi podzielić wielomian przez dwumian  |   |
| potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;   |   |
| potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;  |   |
| zna twierdzenie Bezouta;   |   |
| zna twierdzenie o reszcie;   |   |
| potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów; |   |

| DOPEŁNIAJĄCE  |   |
|---|---|
| R   | D   |
| potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;                                    | potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych; |
| potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;   |   |
| rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciiany;                        |   |
| stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciiany do rozwiązywania różnych zadań;                         |   |
| przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;    |   |
| potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;                                      |   |
| zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych; |   |
| potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);                       |   |
| potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;  |   |

| WYKRACZAJĄCE  |
|---|
| W   |
| potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów |